**16 ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР.**

Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую движение под действием квазиупругой силы. Рассмотрим одномерный гармонический осциллятор, когда частица совершает одномерное движение вдоль оси под действием квазиупругой силы . Потенциальная энергия частицы

Стационарное уравнение Шредингера в этом случае

Введем новую переменную

УШ запишется в виде

Исследуем асимптотическое поведение решения при больших . В уравнении можно пренебречь

Асимптотическим решением последнего уравнения являются функции

Стандартным условиям (условие конечности пси-функции) удовлетворяет функция, взятая со знаком минус. В соответствии с этим решение исходного уравнения ищем в виде

Вычислив производные

И подставив их в исходное уравнение получаем уравнение

Решение этого уравнения будем искать в виде степенного ряда

подстановка которого в уравнение дает

В первой сумме сделаем замену . Далее вернемся к обозначению

Равенство нулю будет выполняться, если для всех суммарный коэффициент при равен нулю

В результате приходим к рекуррентной формуле для определения коэффициентов

При ряд с такими коэффициентами ведет себя как

в силу одинакового поведения отношения соседних коэффициентов разложения в ряд по степеням

Функция

неограниченно возрастает и, следовательно, не удовлетворяет стандартным условиям. Мы получим решения, удовлетворяющие стандартным условиям только в случае, если ряд сведется к полиному, т.е. оборвется на некотором члене - . Предположим, что и . Тогда все последующие коэффициенты также обратятся в нуль, функция сведется к полиному -й степени, который растет с увеличением медленнее чем убывает экспонента . Коэффициент обратится в нуль, если

Следовательно, решения, удовлетворяющие стандартным условиям и, следовательно, описывающие возможные физические состояния, существуют лишь при

Подставив в выражение для энергии, получаем

Энергия осциллятора может принимать только дискретные значения, которые определяются квантовым числом – квантуется. Уровни энергии расположены друг от друга на одинаковых расстояниях, равных . Минимальная энергия, отвечающая основному состоянию равна

Минимальная энергия классического осциллятора равна нулю.

Рассеяние света кристаллами обусловлено колебаниями атомов кристаллической решетки. При уменьшении температуры средняя амплитуда колебаний не стремится к нулю, как в классической теории, а к некоторому пределу, обусловленному наличием нулевой энергии колебаний. Поэтому интенсивность рассеянного света при понижении температуры должна стремиться к ненулевому пределу. Именно такой ход интенсивности наблюдается в эксперименте.

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах из одного состояния в другое, называются правилами отбора. Можно показать, что для гармонического осциллятора разрешены лишь переходы между соседними уровнями энергии. Следовательно, правило отбора для осциллятора

Энергия осциллятора может изменяться лишь порциями .

Полиномы , соответствующие , носят название полиномов Чебышева-Эрмита (Эрмита) и обозначаются . Пси-функция, отвечающая -му уровню энергии имеет вид

– нормировочный множитель.